

引文格式:李凯旋,李政权,张博群,等. 浮选气泡在搅拌槽中运动与变形数值模拟[J]. 中国有色冶金,2024,53(5):123-131.  
LI Kaixuan, LI Zhengquan, ZHANG Boqun, et al. Simulation of the motion and deformation of flotation bubbles in a stirred tank[J]. China Nonferrous Metallurgy, 2024, 53(5): 123-131.

# 浮选气泡在搅拌槽中运动与变形数值模拟

李凯旋, 李政权, 张博群, 王贻得, 石昊宇

(江西理工大学 江西省颗粒系统仿真与模拟重点实验室, 江西 赣州 341000)

[摘要] 本文旨在利用流体体积 (Volume of Fluid, VOF) 方法捕捉和界面重构, 对单个三维气泡在搅拌槽中的运动进行了数值模拟, 研究两相相互作用过程中气泡在搅拌槽中的运动及变形。在考虑表面张力和重力的情况下, 实时计算了质量和动量守恒方程。压力-速度耦合通过 SIMPLE 方案实现, 界面重构采用几何重构 PLIC 方案。本文分析了在搅拌槽中搅拌速度、气泡尺寸、表面张力、密度比、气泡初始位置对气泡运动与变形的影响。结果表明, 搅拌产生的液体流动能够改变气泡的形状, 而增加搅拌速度则能加速气泡的运动和变形过程; 表面张力能够维持气泡的形状, 阻止其发生变形; 气泡初始尺寸与密度比影响气泡的速度, 初始尺寸与密度比越大, 速度越大, 变形越明显; 气泡的初始位置对气泡的运动轨迹和变形有影响, 距离搅拌轴越近, 所受液体流动的作用力逐渐增大, 导致气泡的变形更加显著, 到达搅拌区域的时刻更早。本文研究结果可对优化浮选工艺参数, 提高矿物浮选效率提供理论参考依据。

[关键词] 浮选气泡; VOF 方法; 气液两相流; 搅拌槽; 数值模拟; 搅拌速度; 气泡尺寸; 初始位置

[中图分类号] TD923 [文献标志码] A [文章编号] 1672-6103(2024)05-0123-09

DOI:10.19612/j.cnki.cn11-5066/xf.2024.05.016

## 0 引言

浮选是一种物理化学过程, 使用气泡将疏水性矿物颗粒从浆液中分离出来。在此过程中, 疏水性颗粒附着在气泡上, 将亲水性颗粒留在浆料中。然后, 气泡和附着的颗粒上升到浆料的顶部, 形成泡沫, 随后溢出到收集流槽中<sup>[1]</sup>。目前该技术已被广泛应用于冶金、固废处理<sup>[2]</sup>、脱墨<sup>[3]</sup>、农业、食品、医药<sup>[4]</sup>、微生物、环保<sup>[5]</sup>等行业。在浮选过程中, 气泡是矿物颗粒的重要载体, 其尺寸和运动状态会影响矿粒的回收率, 所以对气泡在搅拌槽中上升运动的速度、大小、形状、稳定性的研究对优化浮选操作制

度和提高浮选效率有着重要意义。

国内外学者对气-液两相中的气泡运动做了一系列研究。由于气泡在流体中的运动为非线性运动, 运动过程中界面变形较大, 情况复杂多样, 难以通过解析方法具体分析运动变化规律, 故大多数学者皆采用数值模拟的方法进行分析<sup>[6-7]</sup>。Filell 等<sup>[8]</sup>通过改变气泡的大小和壁间距离来研究气泡的路径、形状和尾流特征。Böhm 等<sup>[9]</sup>研究了在剪切稀化和牛顿流体中流动的气泡在形状、轨迹和终端速度方面的差异。Li 等<sup>[10]</sup>和 Krishna 等<sup>[11]</sup>运用 VOF 方法模拟气泡在水中的上升过程、气泡的自由表面运动、气泡的变形等两相问题, 得到的气泡上升轨迹与实验观测结果基本一致。朱仁庆等<sup>[12]</sup>通过数值模拟获得气泡在两相水中的上升速度随时间变化的规律。刘红等<sup>[13]</sup>应用 VOF 方法模拟单个气泡在往复搅拌流场中的运动及变形。张金亚等<sup>[14]</sup>通过数值模拟研究了影响气泡变形和上升速度的参数。Koh 等<sup>[15]</sup>模拟了自充气丹佛实验室浮选槽中的气流, 发现随着叶轮转速的增加, 浮选槽中的空气

[收稿日期] 2024-03-20

[第一作者] 李凯旋(1997—), 男, 河北邯郸人, 硕士研究生, 研究方向为多相流仿真模拟。

[通信作者] 李政权(1982—), 男, 博士, 副教授, 主要从事多相流仿真模拟的研究工作。

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目(52130001); 江西理工大学高层次人才科研启动项目(205200100606)。

流速和气体截留量也随之增加。Salem-Said 等<sup>[16]</sup>研究了强制空气机械搅拌的浮选机中的气液流动,研究中设定气泡直径均匀,发现大气泡由于浮力较大,会通过定子和转子之间的间隙排出,但对于小气泡,较大的阻力会使其随着流体射流滑动更长的距离。Zargaran 等<sup>[17]</sup>使用 E-E 方法模拟了实验室詹姆逊池中的气泡流动,其中连续相和分散相被假定为两种连续介质,气泡大小被假定为直径为 300 μm 的单一大小气泡。

目前,关于气泡在搅拌槽中的运动与变形的研究虽然已经取得了一定的成果,但大多数是基于二维模拟进行的,或者是用轴对称去研究气泡的运动与变形特性,三维模拟的研究相对较少。在对浮选的研究中,浮选单相流动的 CFD 模拟集中在机械搅拌浮选机或机械池的搅拌单元上,忽略了介质的流动,尤其是气泡的流动。在研究浮选池中空气分散的传统 CFD 模型中,气泡被简化为单一尺寸和单一形状的气泡,忽略了气泡变形的影响。因此,对浮选气泡在搅拌槽中的运动与变形进行数值模拟研究具有重要的理论和实践意义,这不仅可以提高研究人员对浮选过程的认知水平,还有助于优化浮选工艺参数,提高生产效率和资源利用率,实现矿产资源的高效利用和冶金工业的可持续发展。

## 1 控制方程与数值算法

### 1.1 控制方程

目前的气液两相流体被认为是不可压缩的。两相流的控制方程可以写为式(1)~(2)。

$$\nabla \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \nabla \rho \mathbf{v} \mathbf{v} = -\nabla p + \nabla [\mu(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)] + F + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{v}$  为速度矢量, m/s;  $\rho$  为流体密度, kg/m<sup>3</sup>;  $p$  为压强, Pa;  $\mu$  为黏性系数;  $F$  为表面张力源项。

为了追踪气液两相之间的相界面,需要通过求解一个相的体积分数连续性方程来实现对两相之间界面的跟踪。对第  $q$  相,有方程式(3)所示的表达形式。

$$\frac{1}{\rho_q} \left[ \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \nabla(\alpha_q \rho_q \mathbf{v}_q) = S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \right] \quad (3)$$

式中: $\rho_q$  为  $q$  相流体密度, kg/m<sup>3</sup>;  $\mathbf{v}_q$  为  $q$  相流体速度, m/s;  $S_{\alpha_q}$  为质量源项, kg/m<sup>3</sup>·s;  $\dot{m}_{pq}$  是  $p$  相向  $q$  相传递的质量, kg;  $\dot{m}_{qp}$  是  $q$  相向  $p$  相传递的质量, kg。

网格中所有相的体积分数之和为 1, 见式(4)。

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (4)$$

在本研究中,流动系统由主流体相和次流体相组成,因此在每个网格中的体积分数分别用  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  表示,关系式见式(5)。

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (5)$$

式中: $\alpha_1$  为主相体积分数;  $\alpha_2$  为次相体积分数。

在每个网格内的流体密度和黏度由每个流体相的物性和其体积分数乘积的加和决定,表达式分别见式(6)、(7)。

$$\rho = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 \quad (6)$$

$$\mu = \alpha_1 \mu_1 + \alpha_2 \mu_2 \quad (7)$$

式中: $\rho_1$ 、 $\rho_2$  分别为两种不同流体的密度, kg/m<sup>3</sup>;  $\mu_1$ 、 $\mu_2$  分别为两种不同流体的黏度, m<sup>2</sup>/s。

### 1.2 VOF 方法和界面跟踪

本文的核心目标是研究气泡在搅拌槽中的运动和变形,考虑到气液两相之间互不相容的特性,并且气液界面的位置和形态都是未知的,因此,研究采用目前较为流行的运动界面追踪方法——VOF 方法。该方法由 Hirt 和 Nichols 在 1981 年提出<sup>[18]</sup>,通过引入指定的函数(体积分数),采用几何重构(PLIC)方案重构界面<sup>[19]</sup>,从而可以较准确地跟踪气液两相界面的拓扑结构变化。与其他方法相比,VOF 方法具有实现简单、计算效率高和精度高等优势,此外,PLIC 是一种高效、准确且精确的界面追踪技术,能够更准确模拟气泡在液体中的运动。

VOF 方法基本思想<sup>[20]</sup>:定义函数  $C$ ,  $C$  代表计算区域内气体的体积分数,每个单元中,气体和液体的体积分数之和为 1,即对于某个计算单元而言,存在下面三种情况:①  $C = 1$ , 表示该单元充满气体;②  $C = 0$ , 表示该单元充满液体;③  $0 < C < 1$ , 表示该单元部分是气体,部分是液体,是气液交界面。

### 1.3 表面张力计算

本文使用 Brackbill 等提出的连续表面力模型(CSF)<sup>[21]</sup>计算表面张力。采用 CSF 模型计算表面张力时,首先要计算界面的曲率和界面法向。定义  $\alpha_q$  为第  $q$  相体积分数,借助于体积分数分布,可得界面法向矢量  $\mathbf{n}$ , 表达式见式(8)。

$$\mathbf{n} = \nabla a_q \quad (8)$$

表面曲率  $\kappa = \nabla \hat{\mathbf{n}}$ , 其中单位法向矢量  $\hat{\mathbf{n}}$  表达为式(9), 气泡体所受力  $F_{vol}$  表达为式(10)。

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} \quad (9)$$

$$F_{vol} = \sum_{porisij, i < j} \sigma_{ij} \frac{a_i \rho_i \kappa_j \nabla a_j + a_j \rho_j \kappa_i \nabla a_i}{\frac{1}{2}(\rho_i + \rho_j)} \quad (10)$$

由于本研究只有两相, 故  $\kappa_i = -\kappa_j$ ,  $\nabla a_i = -\nabla a_j$ ,  $F_{vol}$  可表示为式(11)。

$$F_{vol} = \sum_{porisij, i < j} \sigma_{ij} \frac{\rho \kappa_i \nabla a_i}{\frac{1}{2}(\rho_i + \rho_j)} \quad (11)$$

#### 1.4 几何模型与网格

将浮选机物理模型简化为底面直径为 190 mm、高为 253 mm 的搅拌槽<sup>[22]</sup>, 如图 1(a)所示。表 1 为搅拌槽的具体参数, 由于搅拌槽中存在旋转系统, 在进行数值建模时将其分开建模, 含有叶轮部分为动区域, 其他静止的结构为静区域。采用 CFD 软件平台 Fluent19.0 进行数值计算; 采用 ANSYS ICEM 进行网格划分, 由于气泡变形需要精细的网格, 将搅拌桨及以下计算区域进行了网格加密, 划分的网格单元数约为 51 万个, 见图 1(b)。

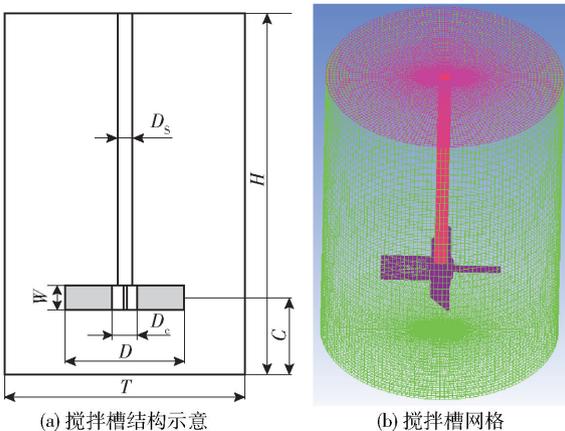


图 1 搅拌槽结构示意图及网格划分

Fig. 1 Schematic diagram of mixing tank structure and grid

#### 1.5 计算条件

采用有限体积法显式迭代求解流体方程的连续性、动量和体积。采用二阶迎风格式对流动方程进行离散, 并使用最小二乘格式计算每个标量场的梯度。采用 Geo-Reconstruct 方法对体积分数方程进行

表 1 搅拌槽几何参数

Table 1 Geometric parameters of stirred tank

符号	符号含义	数值/mm
$T$	釜直径	190
$H$	釜高度	253
$C$	离底间隙	$T/3$
$D$	桨直径	95
$W$	桨叶宽度	19
$D_c$	轮毂直径	20
$D_s$	轴直径	10

离散。采用压力隐式算子分裂(SIMPLE)格式实现压力-速度耦合, 由于压力和速度的数值都存储在网格中心, 因此采用插值方案, 即 PRESTO! (压力交错选项) 方案, 来计算相邻网格间工作面上压力值; 几何壁面都设置为无滑移边界条件, 以消除壁面效应; 时间步长选择为  $1 \times 10^{-4}$  s。

## 2 模拟结果分析

### 2.1 搅拌速度对气泡的运动轨迹和形状的影响

为研究搅拌速度对搅拌槽中气泡运动与变形的影响, 设置气泡尺寸为 16 mm, 放置在距离搅拌槽底 20 mm、距离搅拌轴 60 mm 的位置, 搅拌槽充满水, 水密度为  $998.2 \text{ kg/m}^3$ , 气泡密度为  $1.225 \text{ kg/m}^3$ , 表面张力为  $0.073 \text{ N/m}$ , 对搅拌速度分别为 150、200、250、300 r/min 四个工况进行数值模拟。搅拌速度对气泡运动和变形的影响如图 2 所示, 包围搅拌桨叶的圆柱为搅拌区域。

在搅拌过程中, 气泡受槽内液体流动和湍流涡流的影响。首先, 气泡会因受到浮力而向上运动, 此外, 气泡还会由于桨产生的液流而被拖曳, 所以气泡会呈现如图 2 所示的运动。

由图 2 可知, 不同搅拌速度对气泡的运动与变形有显著影响, 在 0.03 s 时刻不同搅拌速度下并没有致使气泡形状产生明显的变化, 气泡整体上保持近球形。在 0.06 s, 当搅拌速度较小时, 对槽内液体流动的干扰也较小。因此, 气泡在搅拌槽中的上升运动呈现出图 2(a) 所示的帽形, 这与 Zhang 等<sup>[23]</sup> 研究结果一致。随着时间的推移, 当搅拌速度增大时, 气泡受到槽内液体流动的影响也逐渐增强, 气泡右侧的形态逐渐膨胀, 最终在 0.06 s 时形成如图 2(c) 和(d) 所示的泪滴状。此外, 搅拌速度的增加会导致气泡获得更大的运动速度, 因此, 在同一时刻,

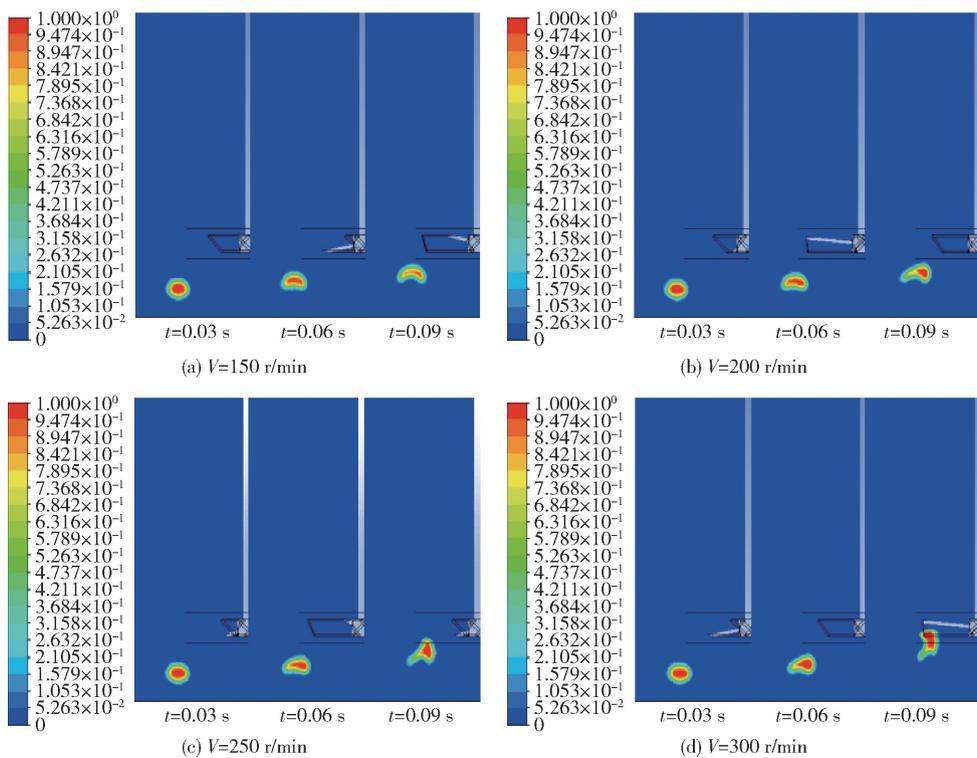


图 2 不同搅拌强度下气泡的运动轨迹和变形

Fig. 2 The movement trajectory and deformation of bubbles under different stirring intensities

搅拌速度大的气泡会更早到达搅拌区域。

### 2.2 气泡的初始尺寸对气泡运动与变形的影响

为研究气泡初始尺寸对搅拌槽内气泡运动轨迹与变形的影响,选取气泡尺寸为 8、12、16 和 20 mm 四个工况进行数值模拟,搅拌速度为 200 r/min,表面张力为 0.073 N/m,其他条件保持不变,结果见图 3。考虑气泡上升运动过程中速度随时间的变化,针对气泡上、下表面的速度进行分析(取初始时刻气泡最顶部和最底部一点)。

图 3 为不同气泡直径在 0 ~ 0.1 s 的速度变化曲线。初始时刻,在射流作用下气泡底部速度 ( $V_{bot}$ )

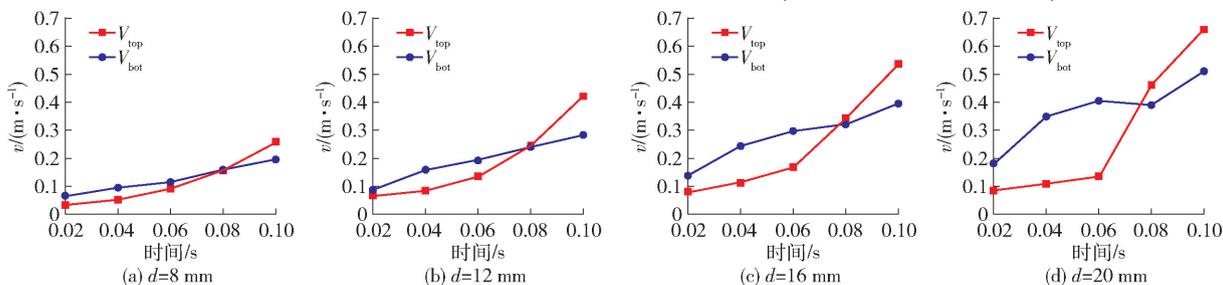


图 3 不同气泡直径的速度变化曲线

Fig. 3 Velocity change curves for different bubble diameters

比底部速度 ( $V_{top}$ ) 大,且速度增大较快,气泡初始尺寸越大,上表面速度越大。由图 3(a)(b)可知 8 mm 和 12 mm 小气泡上、下表面速度缓慢增大,上、下速度振荡较小,在搅拌流场中容易保持其稳定形态,气泡只发生小幅度变形,气泡由原来的球形变为椭球形,这是因为气泡直径较小,所受浮力小,径向速度小,所以在 0.09 s 时,气泡未进入搅拌区,气泡速度不会发生突变,气泡变形较小。图 3(c)(d)为在 0.02 ~ 0.08 s 时,气泡上、下表面速度相差较大,气泡由原来的球形变为帽形,但由于槽内液体流动对气泡的作用,使得气泡形状不对称,靠近搅拌区域的

一侧气体更多;在0.08 s之后,由于受到较强的液体流动作用,气泡上表面速度增大加快,下表面速度由于气泡变为帽形所受到的阻力增大,加速度变小,上、下表面速度越来越大,气泡继续发生变形,由于气泡右侧受到液体流动的作用,所以气泡右侧慢慢变大,由原来的帽形变为泪滴状,且气泡尺寸的增大导致气泡变形的程度更加显著。

### 2.3 不同表面张力对气泡运动与变形的影响

气泡的形状取决于作用在气泡表面上的力,影响运动的力除了重力、黏性力、惯性力等以外,还有表面张力 $\sigma$ 所造成的表面力。 $E_o$ 为奥托斯数,是反映浮力和表面张力相对强弱的无量纲数<sup>[24]</sup>。在计

算过程中保持其他物性不变,只改变表面张力的大小, $E_o$ 大对应表面张力小的情形。

变形的气泡中心与其初始气泡中心之间的水平距离与初始气泡半径之比定义为气泡偏移系数<sup>[25]</sup>。偏移系数表明了气泡的上升过程中在水平方向上移动的距离。

对表面张力分别为1、0.1、0.01和0.001 N/m四种工况进行数值模拟,搅拌速度为200 r/min,气泡大小为16 mm,其他条件保持不变,时间 $t$ 分别为0.03、0.06和0.09 s时刻的气泡形状如图4所示,不同表面张力气泡的偏移系数如图5所示。

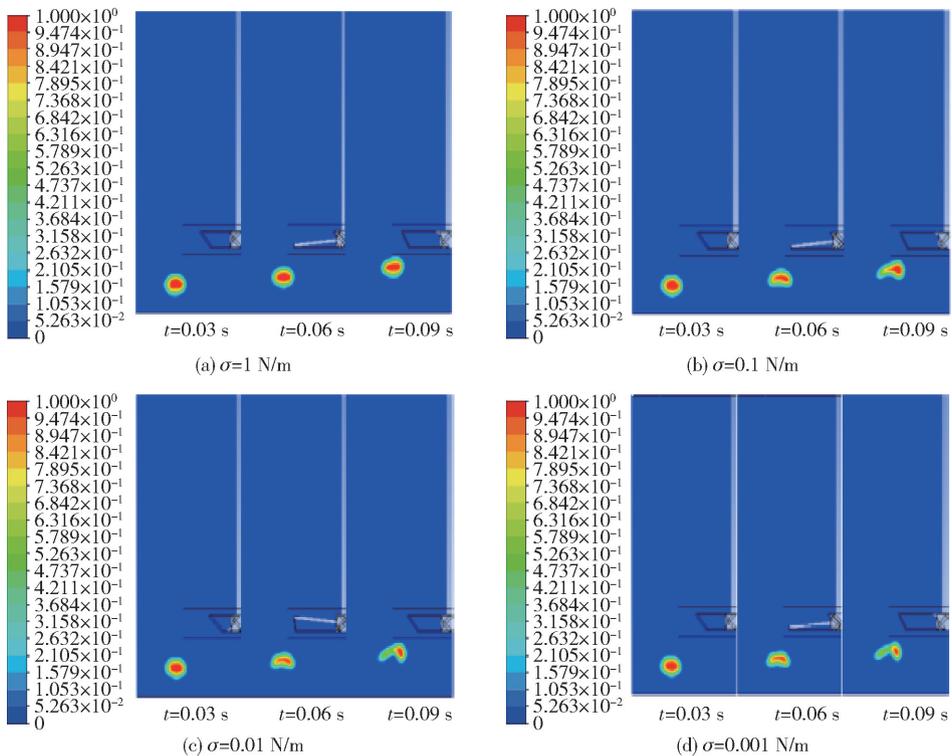


图4 不同表面张力下气泡的运动轨迹与变形

Fig. 4 Trajectories and deformations of bubbles under different surface tensions

从图4可以看出,气泡在0.03 s时,不同表面张力下气泡的变形情况基本相同,随着时间的推移,表面张力为1 N/m的气泡在0.06和0.09 s时发生如图4(a)所示的轻微变形,但仍维持球形。根据伯努利原理,液体的完全动压表现为作用在气泡表面的向内力。在气泡的两侧,气泡的存在减少了液体通过的可用面积。由于流体是不可压缩的,因此需要加速度来保持流动的连续性。因此,气泡表面的压

力从气泡的顶部到两侧减小,表面张力较小的气泡在0.06 s时发生较明显变形,在0.06 s时不能维持其原本的球形,被拉伸成如图4(b)(c)(d)所示的帽形,发生较大变形,而在0.09 s时,由于液体流动的影响,表面张力为0.1 N/m气泡由原来的帽形变为如图(b)所示泪滴状,表面张力为0.01、0.001 N/m气泡由原来的帽形变为如图4(c)(d)所示镰刀状,且表面张力越小,变形越明显。

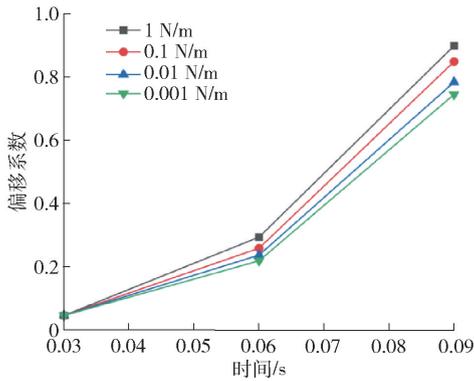


图5 不同表面张力气泡偏移系数

Fig. 5 Offset coefficients for different surface tensions

从图5可以看出,在不同表面张力条件下,气泡的偏移系数随着表面张力的增大而增大,但增量较小,说明气泡的水平方向上的偏移量较小,表面张力对气泡的偏移没有太大影响,即表面张力对气泡的横向速度影响较小。

### 2.4 密度比对气泡运动与变形的影响

为研究液体密度( $\rho_f$ )与气泡密度( $\rho_b$ )比对气泡运动与变形的影响,改变液体密度为12.25、122.5和1225 kg/m<sup>3</sup>,气泡密度不变,对密度比分别为10、100和1000三个工况进行数值模拟,搅拌速度为200 r/min,气泡大小为16 mm,其他条件保持不变。时间 $t$ 分别为0.03、0.06和0.09 s时刻气泡的变形和运动如图6所示。

从图6中可以看出,液体和气体的密度比不同,气泡的形变和运动情况均各不相同。当 $\rho_f/\rho_b = 100$ 时气泡发生轻微变形,但仍维持圆形, $\rho_f/\rho_b = 10$ 时气泡几乎不发生任何改变,说明当密度比小于100

时,对气泡的变形影响较小,各个时间点上的气泡没有太大区别,均为球形。而当密度比达到1000时,气泡在0.06 s开始发生变形,在0.09 s时由于搅拌和浮力作用,气泡由帽形变为泪滴状,发生较大变形。从图6可以看出,当 $\rho_f/\rho_b = 10$ 时气泡在液体中移动较为缓慢,此时气泡所受浮力作用很小;而液体密度越大,气泡所受浮力也就越大,气泡上升速度就越快,就越容易发生变形。由分析可知,液体密度越大,气泡上升速度越快,气泡越容易发生变形,到达搅拌区域也就越快。

图7为不同密度比的偏移系数,由计算结果可知,液体密度大小影响气泡水平方向上的位移,密度比越大,气泡的偏移系数越大,但密度比从100增大到1000时,偏移系数增量较小,说明,气泡在密度较大的液体中容易受到搅拌流场的影响,但密度比增加到100之后影响较小。

### 2.5 气泡初始位置对气泡运动与变形的影响

对气泡距离搅拌轴 $x$ 分别为50、60、70和80 mm四个工况进行数值模拟,搅拌速度为200 r/min,气泡大小为16 mm,其他条件保持不变,时间 $t$ 分别为0.03、0.06和0.09 s时刻气泡的变形和运动如图8所示。

从图8中可以看出,气泡初始位置不同,气泡的形变和运动情况均各不相同。在 $t = 0.03$  s时,距离搅拌轴最近 $x = 50$  mm的气泡被拉伸发生了轻微变形,其他距离搅拌轴较远的气泡保持球形基本不变; $t = 0.03$  s时刻之后,距离搅拌轴越近的气泡发生的变形越明显, $x = 50$  mm在0.06 s变为高帽状而其他均为平帽状;在0.09 s时 $x = 50$  mm的气泡进入搅拌区域, $x = 60$  mm的气泡由帽形变为泪滴状, $x = 70$  mm与 $x = 80$  mm仍然是帽形,但与前一时刻相比,

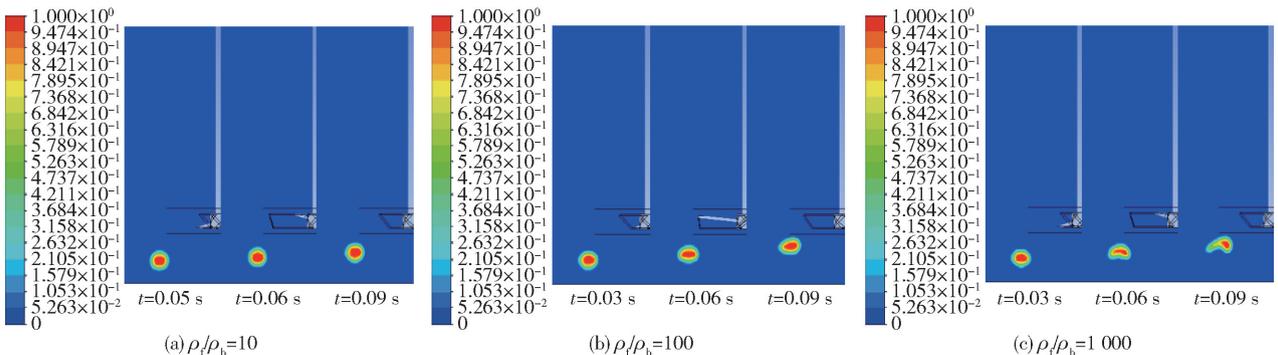


图6 密度比对气泡在水中运动与变形的影响

Fig. 6 Effect of density ratio on bubble motion and deformation in water

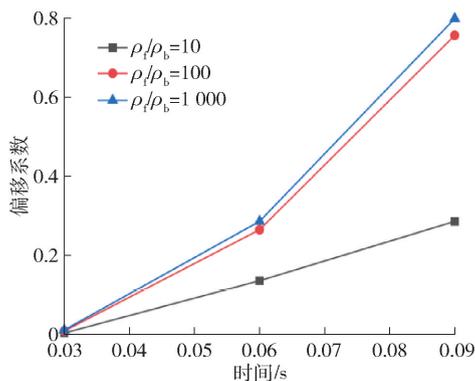


图7 不同密度比的偏移系数

Fig. 7 Offset coefficients for different density ratios

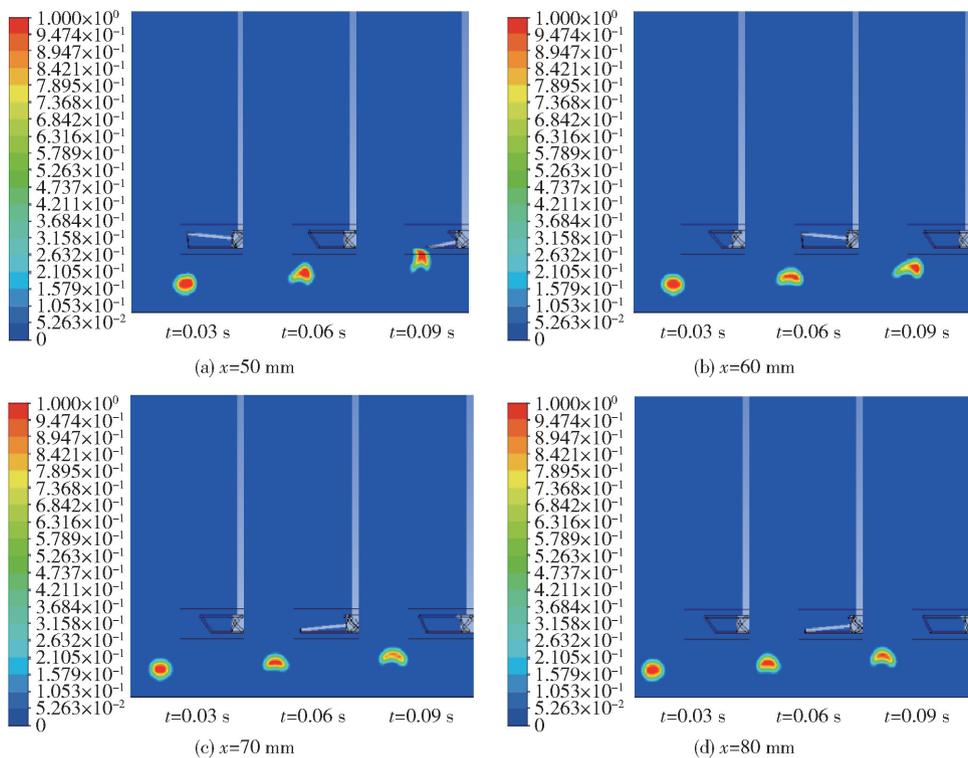


图8 不同初始位置气泡的运动与变形

Fig. 8 Motion and deformation of bubbles at different initial positions

泡单位时间内所获得的速度越小。而距离搅拌轴越近的气泡速度越大,气泡单位时间内所获得的速度越大,气泡越早到达搅拌区域。

### 3 结论

本文采用VOF中的PLIC界面重构方法对单个三维气泡在搅拌槽中的运动进行了数值模拟,考察搅拌速度、气泡尺寸、表面张力、密度比和气初始位

底部向内凹陷更加明显。距离搅拌轴越近的气泡,气泡速度越快,进入搅拌区域的时刻就越早,气泡离搅拌轴中心越远,气泡速度越小,发生变形的时刻越晚,变形幅度越小。由分析可知,气泡的运动和变形受气泡初始位置的影响,气泡距离搅拌轴越近,所受液体流动的作用力就越大,气泡的形变就越明显,速度就越大。

图9显示的是气泡在搅拌槽中不同水平位置的速度随时间的变化曲线,可以看出,四个位置的气泡由于搅拌流场作用都在做加速运动,但 $x=50\text{ mm}$ 与 $x=60\text{ mm}$ 速度变化相差较大,随着气泡与搅拌轴之间距离的增大,气泡受到液体流动作用越小,气

置对气泡在搅拌槽中的运动及变形的影响。采用ANSYS Fluent 19.0求解器进行模拟,得到以下主要结论。

1) 搅拌产生的液体流动能够改变气泡的形状,而增加搅拌速度则能加速气泡的运动和变形过程。

2) 表面张力能够维持气泡的形状,阻止其发生变形。当 $EO$ 值增大,即表面张力减小时,气泡的变形趋势更加明显。表面张力对气泡的横向速度影响

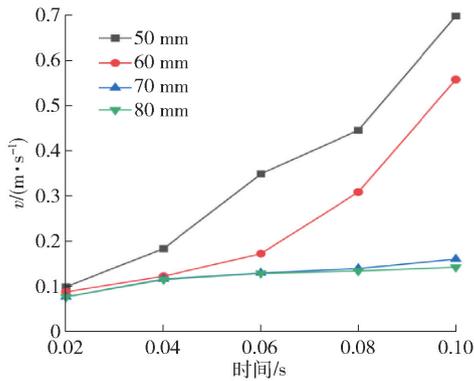


图9 不同初始位置速度的变化曲线

Fig.9 Change curve of velocity at different initial positions

不明显。

3) 气泡初始尺寸与密度比影响气泡的速度, 从而影响气泡的运动与变形。初始尺寸与密度比越大, 速度越大, 变形越明显。

4) 气泡的初始位置决定其所受液体流动作用的大小, 进而影响运动轨迹和变形。随着气泡距离搅拌轴的接近, 所受液体流动的作用力逐渐增大, 导致气泡的变形更加显著, 到达搅拌区域的时刻更早。

#### [参考文献]

- [1] 张海明, 李成海, 唐雅娟. 泡沫浮选分离技术应用进展[J]. 辽宁化工, 2006(2): 92-95.  
ZHANG Haiming, LI Chenghai, TANG Yajuan. Application and development of foam flotation separation technique[J]. Liaoning Chemical Industry, 2006(2): 92-95.
- [2] 周宛欣, 叶文馨, 杨涛, 等. 浮选技术在固废处理中的应用[J]. 化工技术与开发, 2023, 52(11): 77-82.  
ZHOU Wanxin, YE Wenxin, YANG Tao, et al. Application of flotation technology in solid waste treatment[J]. Chemical Technology and Development, 2023, 52(11): 77-82.
- [3] 张海静. 旧报纸浮选脱墨技术研究[J]. 印刷工业, 2022(6): 35-37.  
ZHANG Haijing. Research on flotation deinking technology of old newspaper[J]. Printing Industry, 2022(6): 35-37.
- [4] LU Yang, CHEN Bo, YU Miao, et al. Simultaneous separation/enrichment and detection of trace ciprofloxacin and lomefloxacin in food samples using thermosensitive smart polymers aqueous two-phase flotation system combined with HPLC[J]. Food Chemistry, 2016, 210(1): 1-8.
- [5] LI Zhengquan, CHEN Huimin, WU Yukun, et al. CFD-DEM analysis of hydraulic conveying of non-spherical particles through a vertical-bend-horizontal pipeline[J]. Powder Technology, 2024, 434: 119361.

- [6] VAISHNAVI G, RAMARAJAN J, JAYAVEL S. Numerical studies of bubble formation dynamics in gas-liquid interaction using Volume of Fluid (VOF) method[J]. Thermal Science and Engineering Progress, 2023, 39: 101718.
- [7] LAKSHMANAN P, PETERS F, FRIES N, et al. Gas bubbles in simulation and experiment[J]. Journal of Colloid and Interface Science, 2011, 354(1): 364-372.
- [8] FILELLA A, ERN P, ROIG V. Interaction of two oscillating bubbles rising in a thin-gap cell: vertical entrainment and interaction with vortices[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2020, 888: A13.
- [9] BÖHM L, KURITA T, KIMURA K, et al. Rising behaviour of single bubbles in narrow rectangular channels in Newtonian and non-Newtonian liquids[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2014, 65: 11-23.
- [10] ZHANG L, YANG C, MAO Z S. Numerical simulation of a bubble rising in shear-thinning fluids[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2010, 165(11-12): 555-567.
- [11] KRISHNA R, VAN BATEN J M. Rise characteristics of gas bubbles in a 2D rectangular column: VOF simulations vs experiments[J]. International Communications in Heat and Mass Transfer, 1999, 26(7): 965-974.
- [12] 朱仁庆, 李晏丞, 倪永燕, 等. 气泡在水中上升运动的数值模拟[J]. 江苏科技大学学报: 自然科学版, 2010, 24(5): 417-422.  
ZHU Renqing, LI Yancheng, NI Yongyan, et al. Numerical simulation of bubble rising in the water[J]. Journal of Jiangsu University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2010, 24(5): 417-422.
- [13] 刘红, 解茂昭, 于静, 等. 金属熔池往复搅拌流场中气泡运动特性数值模拟研究[J]. 大连理工大学学报, 2011, 51(3): 331-337.  
LIU Hong, XIE Maozhao, YU Jing, et al. Numerical simulation study of bubble behavior in molten metal flow field with reciprocating stirring[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2011, 51(3): 331-337.
- [14] 张金亚, 李丰, 朱宏武, 等. 气浮过程中油滴与气泡相互作用的数值模拟[J]. 中国科技论文, 2013, 8(6): 525-529.  
ZHANG Jinya, LI Feng, ZHU Hongwu, et al. Numerical simulation of the interaction between bubbles and oil drops in the gas floating process[J]. Chinese Science and Technology Papers, 2013, 8(6): 525-529.
- [15] KOH P T L, SCHWARZ M P. CFD model of a self-aerating flotation cell[J]. Int J Miner Process, 2007, 85(1-3): 16-24.
- [16] SALEM-SAID A-H, FAYED H, RAGAB S. Numerical simulations of two-phase flow in a dorroliver flotation cell model[J]. Minerals, 2013, 3(3): 284-303.
- [17] ZARGARAN A, MOZAFFARI E, GIDDINGS D. Gas-liquid slip velocity determination in co-current column flotation[J]. Sep

- Purif Technol, 2016, 169: 179–186.
- [18] HIRT C W, NICHOLS B D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries [J]. *Journal of computational physics*, 1981, 39(1): 201–225.
- [19] MIRJALILI S, JAIN S S, DODD M. Interface-capturing methods for two-phase flows: An overview and recent developments [J]. *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*, 2017, (117–135): 13.
- [20] 娄文涛, 张邦琪, 施哲. 艾萨炉水模型内气泡运动的模拟 [J]. *中国有色冶金*, 2010, 39(1): 48–53.  
LOU Wentao, ZHANG Bangqi, SHI Zhe, et al. Simulation of bubble dynamics in water model of ISA vessel [J]. *China Nonferrous Metallurgy*, 2010, 39(1): 48–53.
- [21] BRACKBILL J U, KOTHE D B, ZEMACH C. A continuum method for modeling surface tension [J]. *Journal of computational physics*, 1992, 100(2): 335–354.
- [22] LI Zhengquan, WU Yukun, WANG Yide, et al. Simulation of non-spherical particles stirring process in stirred tanks [J]. *Powder Technology*, 2024, 434: 119345.
- [23] ZHANG S, MINGJUN P, ZHENG Z. Influence of liquid-phase rheological properties on bubble rising motion [J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 2023: 104694.
- [24] 解茂昭, 宋会玲, 刘红, 等. 单个气泡在液态金属搅拌流场中运动与变形的数值模拟 [J]. *热科学与技术*, 2007, (2): 146–151.  
XIE Maozhao, SONG Huiling, LIU Hong, et al. Numerical simulation of single bubble behavior in stirred liquid metal flow [J]. *Thermal Science and Technology*, 2007, (2): 146–151.
- [25] 彭小奇, 陈思超, 宋彦坡, 等. 悬浮液中浮升气泡运动的数值模拟 [J]. *中国有色金属学报*, 2013, 23(11): 3232–3241.  
PENG Xiaoqi, CHEN Sichao, SONG Yanpo, et al. Numerical simulation of flotation bubble motion in suspension fluid [J]. *Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 2013, 23(11): 3232–3241.

## Simulation of the motion and deformation of flotation bubbles in a stirred tank

LI Kaixuan, LI Zhengquan, ZHANG Boqun, WANG Yide, SHI Haoyu  
(Jiangxi Provincial Key Laboratory for Simulation and Modelling of Particulate Systems,  
Jiangxi University of Science & Technology, Ganzhou 341000, China)

**Abstract:** In this paper, the purpose of this paper is to numerically simulate the motion of a single three-dimensional bubble in the stirring tank by using the volume of fluid (VOF) method to capture and reconstruct the interface, and to study the motion and deformation of the bubble in the stirring tank during the interaction between the two phases. Taking into account surface tension and gravity, the equations for the conservation of mass and momentum are calculated in real time. The pressure-velocity coupling is realized by the SIMPLE scheme, and the interface reconstruction is achieved by the geometric reconstruction PLIC scheme. The effects of stirring speed, bubble size, surface tension, density ratio and initial position of bubbles on the motion and deformation of bubbles in the stirring tank were analyzed. The results show that the stirring speed can change the shape of the bubble, and the surface tension can maintain the shape of the bubble and prevent the deformation of the bubble. The bubble size and density ratio affect the velocity of the bubble, which further affects the deformation behavior of the bubble, and the difference of the initial position of the bubble has a significant impact on the movement and deformation of the bubble. The results of this paper can provide a theoretical reference for optimizing the flotation process parameters and improving the flotation efficiency of minerals.

**Key words:** flotation bubble; VOF method; gas-liquid two-phase flow; mixing tank; numerical simulation; stirring speed; bubble size; initial position