

# 全站仪中间法三角高程测量在井巷中的应用研究

Research on the Application of the Total Station Trigonometric Leveling Using  
Midway Method in Underground Works

王博<sup>1</sup>, 路鑫<sup>1</sup>, 罗炯<sup>2</sup>, 蔡兴成<sup>1</sup>, 赵朝阳<sup>1</sup>

(1. 金川集团矿山工程分公司, 甘肃 金昌 737100; 2. 金川集团工程监理咨询公司, 甘肃 金昌 737100)

**摘要:**随着金川矿山开采深度的加大和掘进工艺的提高,传统的水准测量及三角高程测量方式已不能满足矿区生产的要求。为了解决上述问题,本文通过对全站仪三角高程测量原理进行分析,推导了中间法三角高程的误差传播公式,并结合金川矿区工程实际验证。结果表明:全站仪中间法三角高程测量的精度可以达到金川矿区Ⅱ级水准测量精度要求,在一定范围内可以达到金川矿区Ⅰ级水准测量精度要求。随着测量仪器精度的不断提高,该方法也将会在未来矿区工程中得到广泛应用。

**关键词:**全站仪中间法;三角高程;测量精度

中图分类号: TD173

文献标志码: A

文章编号: 1672-609X(2021)05-0027-04

**Abstract:** With the increase of mining depth and the improvement of advancing technology in the Jinchuan Mine, the traditional leveling and trigonometric leveling methods can no longer meet the requirements of mining production. In order to solve the above problem, the principle of the total station trigonometric leveling using midway method is analyzed in this paper and the error propagation formula of the intermediate trigonometric leveling is deduced and verified against the engineering realities in the Jinchuan Mine area. The results show that the accuracy of the total station trigonometric leveling using midway method can meet the Class II leveling accuracy in the Jinchuan Mine, even Class I accuracy of the mine to a certain extent. With the continuous improvement of the measuring instrument accuracy, this method will also be widely applied in future mining engineering works.

**Key words:** total station midway method; trigonometric leveling; leveling accuracy

## 1 前言

随着金川矿山开采深度的加大和掘进工艺的提高,需要更加简洁有效的测量方式,金川矿区井巷高程控制测量,其平巷主要采用水准测量,斜巷采用三角高程对向观测法,由于井下环境受风速、潮湿、能见度、噪音、粉尘、巷道结构形式等影响,传统的水准测量方式及三角高程测量方式因其外业工作量大,作业效率差,成果精度低,已不能满足矿区生产的要求。

随着测距技术的快速发展和测角精度的提高,全站仪中间法三角高程测量因其简单方便,测量效率高,误差累计小,在工程建设和数据采集中得到广泛的应用<sup>[1-3]</sup>。本文根据全站仪中间法三角高程测量原理,通过误差分析,对中间法三角高程测量方法

在井下的应用进行了研究和探讨,并结合金川矿区工程实际进行了实例验证。

## 2 全站仪三角高程测量原理

### 2.1 单向观测法

在A点架设全站仪,在B点安置棱镜,具体如图1所示。A点高程已知,D为AB两点之间的水平距离,i为A点仪器高,v为棱镜高, $\alpha$ 为竖直角 $\alpha$ ,则AB两点之间的高差为

$$h_{ab} = D \tan \alpha + i - v \quad (1)$$

因此:

$$H_B = H_A + D \tan \alpha + i - v = H_A + h_{ab} \quad (2)$$

当A、B两点之间的距离超过一定300 m后,就必须考虑到地球的曲率和大气折光对高差造成的影响,必须加入改正数来精确A、B之间的高差,简称为双差改正<sup>[4]</sup>。

曲率改正c的计算公式为

$$c = \frac{D^2}{2R} \quad (3)$$

[作者简介] 王博(1995—),男,硕士,主要从事矿山测量工作。

[引用格式] 王博,路鑫,罗炯,等. 全站仪中间法三角高程测量在井巷中的应用研究[J]. 中国矿山工程,2021,50(5):27-30.

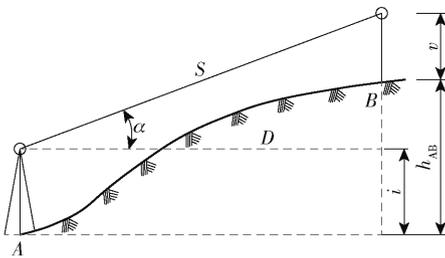


图1 三角高程测量示意图

大气折光差改正  $r$  的计算公式为

$$r = k \frac{D^2}{2R} \quad (4)$$

所以,双差改正公式为

$$f = c - r = (1 - k) \frac{D^2}{2R} \quad (5)$$

因此:

$$h_{AB} = D \tan \alpha + i - v + f \quad (6)$$

从单向观测法三角高程测量原理可以看出,单向观测法必须量取仪器高和棱镜高,量取仪器高和棱镜高的误差将影响高程测量精度,且过程操作繁琐,影响外业工作效率。

## 2.2 对向观测法

对向观测法与单向观测的基本原理是一样的,因观测前后两个方向,也被称为往返观测法<sup>[5]</sup>。往返时先在  $A$  点设站,  $B$  点置棱镜,求出高差  $h_{AB}$  (往测),然后再将全站仪在  $B$  点设站进行返测,  $A$  点置棱镜,求出高差  $h_{BA}$  (返测),两者的平均值即是测量结果。

由测站  $A$  瞄准  $B$  点观测

$$h_{AB} = S_1 \sin \alpha_1 + \frac{1 - k_1}{2R} S_1^2 \cos^2 \alpha_1 + i_1 - v_1 \quad (7)$$

由测站  $B$  瞄准  $A$  点观测

$$h_{BA} = S_2 \sin \alpha_2 + \frac{1 - k_2}{2R} S_2^2 \cos^2 \alpha_2 + i_2 - v_2 \quad (8)$$

在实际的往返观测过程中,由于时间较短故认为  $k$  不变,则

$$\frac{1 - k_1}{2R} S_1^2 \cos^2 \alpha_1 \approx \frac{1 - k_2}{2R} S_2^2 \cos^2 \alpha_2 \quad (9)$$

而往返两点的平距也相等,则

$$\bar{h}_{AB} = \frac{1}{2} (S_1 \sin \alpha_1 - S_2 \sin \alpha_2 + i_1 - v_1 - i_2 + v_2) \quad (10)$$

可以看出相对于单向观测法,对向观测法消除了球气差的影响,更具有优势,在气象条件稳定时,对象观测法不需要考虑地球曲率和大气折光系数的

影响,所以误差小、精度高。但与单向观测法一致,仪器必须要安置于已知高程点上,且前后视必须通视,测站距离无法有效增大,测站累计误差传播较大,外业工作效率低。

## 2.3 中间法

全站仪中间法三角高程测量原理和水准仪置中测量类似,是将全站仪安置于前后视大致相等的位置,分别求得前后视与仪器的相对高程,从而求得前后视测点的高差<sup>[6]</sup>。如图2所示,在已知高程点  $A$  和待测高程点  $B$  上安置棱镜,在  $A$ 、 $B$  中间位置选择与两点均通视的  $O$  点安置全站仪,测得倾斜距离  $S_1, S_2$ , 竖直角  $\alpha_1, \alpha_2$ , 根据三角高程测量原理,  $O$ 、 $A$  两点间高差为

$$h_1 = S_1 \sin \alpha_1 + i - v_1 + c_1 - r_1 \quad (11)$$

式中,  $S_1, \alpha_1$  分别为  $O$  点至  $A$  点的倾斜距离和竖直角;  $c_1, r_1$  分别为  $O$  点至  $A$  点的地球曲率改正数和大气折光改正数;  $i$  为仪器高;  $v_1$  为  $A$  点的棱镜高。

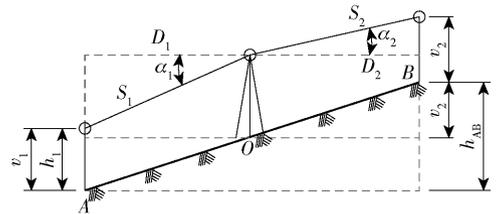


图2 中间法三角高程测量示意图

其中,地球曲率改正数为

$$c_1 = \frac{D_1^2}{2R} = \frac{S_1^2}{2R} \cos^2 \alpha_1 \quad (12)$$

大气折光改正数为

$$r_1 = k_1 \frac{D_1^2}{2R} = k_1 \frac{S_1^2}{2R} \cos^2 \alpha_1 \quad (13)$$

$k_1$  为  $O$  点至  $A$  点的大气折光系数。

同理,可得  $OB$  之间的高差为

$$h_2 = S_2 \sin \alpha_2 + i - v_2 + c_2 - r_2 \quad (14)$$

式中,  $S_2, \alpha_2$  分别为  $O$  点至  $B$  点的倾斜距离和竖直角;  $c_2, r_2$  分别为  $O$  点至  $B$  点的地球曲率改正数和大气折光改正数;  $i$  为仪器高;  $v_2$  为  $B$  点的棱镜高。

故  $A$  点与  $B$  点间的高差为

$$h_{AB} = h_2 - h_1 = S_2 \sin \alpha_2 - S_1 \sin \alpha_1 + v_1 - v_2 + \frac{1 - k_2}{2R} S_2^2 \cos^2 \alpha_2 - \frac{1 - k_1}{2R} S_1^2 \cos^2 \alpha_1 \quad (15)$$

当测量中采用相同的不变换高度的对中杆,即  $v_1 = v_2$  时

$$h_{AB} = h_2 - h_1 = S_2 \sin \alpha_2 - S_1 \sin \alpha_1 + \frac{1 - k_2}{2R} S_2^2 \cos^2 \alpha_2 - \frac{1 - k_1}{2R} S_1^2 \cos^2 \alpha_1$$

$$\cos^2 \alpha_2 - \frac{1 - k_1 S_1^2}{2R} \cos^2 \alpha_1 \quad (16)$$

### 3 全站仪中间法三角高程误差分析

#### 3.1 中间法三角高程测量中误差数学模型

在不考虑已知点高程误差的情况下,对式(16)进行全微分,并设  $D_1 = S_1 \cos \alpha_1, D_2 = S_2 \cos \alpha_2, D_1、D_2$  分别为  $O$  点至  $A、B$  点的水平距离,并根据误差传播定律,将上式转变为中误差关系式,则

$$m_h^2 = \sin^2 \alpha_1 m_{s1}^2 + \sin^2 \alpha_2 m_{s2}^2 + \frac{1}{\rho^2} D_1^2 m_{\alpha 1}^2 + \frac{1}{\rho^2} D_2^2 m_{\alpha 2}^2 + \frac{1}{4R^2} D_1^4 m_{k1}^2 + \frac{1}{4R^2} D_2^4 m_{k2}^2 \quad (17)$$

大气折光系数  $k_1$  与  $k_2$  一般不相等,要精确地测量出某一时间的变化值是不可能的,但同一地点,在短时间内  $k$  值的变化很小,因观测几乎是在同样条件下进行的,而且几乎是在同一时间内进行观测,近似地假定凡  $k_1 = k_2 = k$ ,并设大气折光误差  $m_{k1} = m_{k2} = m_k$ 。考虑全站仪的特点,设边长的测量精度  $m_s$ 、角度的测量精度  $m_\alpha$  分别相等<sup>[7]</sup>。即:  $m_{s1}^2 = m_{s2}^2 = m_s^2, m_{\alpha 1}^2 = m_{\alpha 2}^2 = m_\alpha^2$ 。可得

$$m_h = \pm \left[ (\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2) m_s^2 + \frac{D_1^2 + D_2^2}{\rho^2} m_\alpha^2 + \frac{D_1^4 + D_2^4}{4R^2} m_k^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

做往返观测取平均值,则每测站高差均值的中误差为

$$\overline{m}_h = \frac{m_h}{\sqrt{2}} \quad (19)$$

换算成每千米高差中误差,其公式为

$$m_{hn} = \overline{m}_h \sqrt{n} \quad (20)$$

式中,  $n$  为每千米的测站数。

#### 3.2 大气折光系数

大气折光系数  $k$  与测点的地理位置、视线离地面的高度、地面的植被情况以及测量时的季节、温度等有关,其在地表取值范围一般为  $0.09 \sim 0.14$ 。井下巷道为了保证工人在井下巷道内作业时正常的活动,井下环境被人为改变,而不是像地表受自然条件约束。因井下能见度、粉尘和巷道结果形式等的影响,大气折光系数  $k$  值范围和地表有较大的差别<sup>[8-9]</sup>。

为了客观地确定大气垂直折光系数,一般采用对向观测,并依据不考虑球气差改正所计算的往返

测高差,对各条边的近似大气折光系数进行反算,公式为

$$k = 1 + \frac{h_1 + h_2}{D} R \quad (21)$$

式中,  $D$  为两点间的平距,  $h_1$  为往测高差,  $h_2$  为返测高差。

本文选取金川二矿区 5 个中段及联络道的不同位置及断面结构,共 50 组数据,剔除往返差超限数据 5 组,有效数据 45 组,求得  $k$  值范围如图 3 所示。

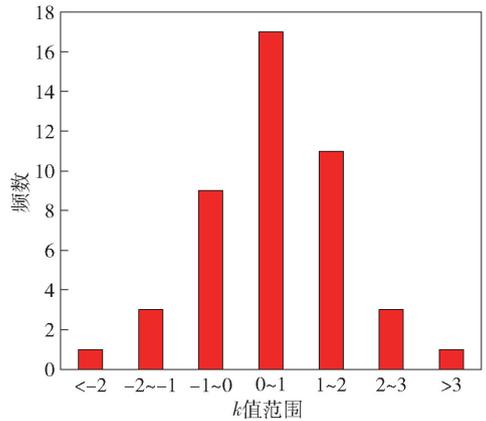


图3 k 值分部直方图

从图 3 中可以看出,  $k$  值基本符合正态分布规律,满足偶然误差特性,求得最终平均  $k$  值为 0.53,中误差为 1.2。

#### 3.3 中间法三角高程测量精度分析

目前使用全站仪测距误差  $m_D = \pm (2 + 2 \times 10^{-6} D)$  mm,测角误差  $m_\alpha = \pm 2''$ ,大气折光误差  $m_k$  按计算取值 1.2,取不同的设站平距  $D$  和竖直角  $\alpha$ ,根据误差公式(19)和(20)计算高差平均值中误差和每千米高程中误差。由于井下巷道布置与结构错综复杂,导线长度不一,测站长度一般不超过 400 m,极少会有 500 m 长度的测站距离,本文以 50 ~ 500 m 长度计算,计算结果见表 1。

每千米高差中误差是衡量高程测量精度等级的重要指标之一<sup>[10]</sup>。按金川井下高程控制测量标准精度要求(水准路线全程往返高程允许闭合差: I 级  $\leq \pm 15 \sqrt{L}$ 、II 级  $\leq \pm 30 \sqrt{L}$ ,式中  $L$  为往测或返测单程水准路线长,以千米为单位),极限误差按  $\Delta = 2M_{km}$  计算,计算结果如图 4 所示,当全站仪测距误差  $m_D = \pm (2 + 2 \times 10^{-6} D)$  mm,测角误差  $m_\alpha = \pm 2''$ ,大气折光误差  $m_k = \pm 1.2$  时,每千米极限误差均小于 II 级水准;设站范围小于 400 m,竖直角控制在  $50^\circ$  范围内才可满足 I 级水准测量要求。从图 4 中可以

表1 全站仪中间法三角高程测量高差中误差

距离 <i>D</i> /m	高差平均值的中误差/mm				每千米高差中误差/mm·km <sup>-1</sup>					
	10°	20°	30°	40°	50°	10°	20°	30°	40°	50°
50	0.44	0.76	1.08	1.37	1.63	1.98	3.40	4.83	6.14	7.28
100	0.66	0.93	1.22	1.51	1.77	2.09	2.93	3.87	4.79	5.60
200	1.41	1.58	1.81	2.05	2.28	3.16	3.54	4.04	4.59	5.10
300	2.61	2.72	2.88	3.07	3.25	4.76	4.97	5.26	5.60	5.94
400	4.26	4.34	4.46	4.60	4.75	6.74	6.87	7.06	7.28	7.51
500	6.39	6.45	6.54	6.65	6.77	9.03	9.12	9.25	9.41	9.57

看出,当设站范围超过300 m后,每千米高差中误差随着距离和竖直角度的增加急剧增大;当设站距离较小时,测站数增多也将导致误差累计增大,要根据测量仪器和环境设置合理的测站数,便可有效控制测量精度。

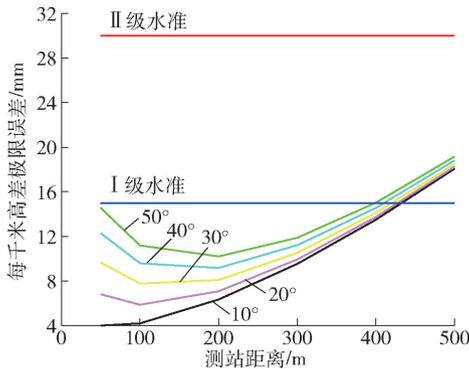


图4 每千米高差极限误差示意图

### 4 工程实例

选取金川二矿区分段工程及联络道共5个路段,仪器采用徕卡TZ12型(测距误差  $m_D = \pm(2 + 2 \times 10^{-6}D)$  mm,测角误差  $m_\alpha = \pm 2''$ ),三角高程采用全站仪中间法进行往返观测,高程允许闭合差II级,测量观测结果见表2。

表2 观测结果值

路段编号	路段长度/m	往返差/mm	
		要求值	测量值
FD1	935.5	±29	11
FD2	970.8	±30	-16
FD3	497.0	±21	-8
FD4	670.2	±25	13
LLD5	1 345.8	±35	18

从表2中可以得出,全站仪中间法所测5个测段往返值满足金川矿区II级水准测量要求;在常规条件下完全可以替代传统的井巷水准测量方法,大幅的提高工作效率和精度。

### 5 结论

全站仪中间法三角高程测量,设站灵活,不需量取仪器高度、棱镜高度,测量效率高,大大降低了劳动程度,特别适合井巷中应用。其精度主要受仪器测角、测距精度和大气折光以及测站距离和角度影响,合理的选择测量仪器和设站位置,将有效控制测量精度。本文使用的徕卡TZ12型(测距误差  $m_D = \pm(2 + 2 \times 10^{-6}D)$  mm,测角误差  $m_\alpha = \pm 2''$ )满足金川矿区II级水准测量精度要求,可有效提高金川矿区测量工作效率。随着测量仪器精度的不断提高,全站仪中间法三角高程测量可靠性将会持续提高,也将会在未来矿区工程中得到广泛应用。

#### [参考文献]

- [1] 刘振. 全站仪中间法三角高程测量精度及应用研究[J]. 山西建筑, 2020, 46(19): 165 - 166.
- [2] 申慧峰. 全站仪中间法在采煤沉陷区域地表移动观测中的应用[J]. 机械管理开发, 2020, 35(8): 204 - 206.
- [3] 周西振, 梅红, 姜星宇, 等. 全站仪中间法测距三角高程试验分析[J]. 勘察科学技术, 2019(6): 24 - 27.
- [4] 周明, 张俊仁, 汪金霞. 全站仪中间设站法三角高程测量方法及精度研究[J]. 测绘与空间地理信息, 2020, 43(3): 218 - 220.
- [5] 曾庆伟. 全站仪中间法三角高程测量精度分析及应用研究[J]. 测绘与空间地理信息, 2020, 43(3): 22 - 25.
- [6] 李世平. 全站仪中间法三角高程测量替代二等水准的精度分析[J]. 矿山测量, 2015(5): 35 - 37, 40.
- [7] 高开强, 徐泮林, 丁鹏文. 全站仪三角高程测量方法及精度分析[J]. 测绘与空间地理信息, 2018, 41(12): 201 - 204, 207.
- [8] 李树通. 地面大气折光系数对井下的影响[J]. 内蒙古煤炭经济, 2009(1): 53 - 55.
- [9] 杜少鹏. 高精度大型矿山贯通测量的质量控制[D]. 西安: 西安科技大学, 2018.
- [10] 王慧超, 孙莹. 全站仪中间自由设站法三角高程测量浅析[J]. 北京测绘, 2011(1): 52 - 54.